

Physics

The image is a hand-drawn collage of physics concepts. At the center is the word "Physics" in large, bold, black letters. Surrounding it are various diagrams and formulas:

- Top Left:** A diagram of a rectangular block on a surface with a force vector F_L and a coordinate system with x and y axes. Below it is the formula $P = \frac{W}{t}$.
- Top Center:** A diagram of a pendulum with a bob and a string, labeled with P and N . Above it is the formula $w = 2\pi f$ and $t = \frac{s}{v}$.
- Top Right:** A diagram of a simple pendulum with a bob and a string, labeled with $PE = mgh$.
- Middle Left:** A diagram of a light bulb with rays emanating from it, labeled with $PE = m \times g \times h$.
- Middle Right:** A diagram of a light bulb with rays emanating from it, labeled with $I = \frac{C}{R}$.
- Bottom Left:** A diagram of a spring-mass system with a mass m and a spring constant k , labeled with $E = mg^2$.
- Bottom Center:** A diagram of a projectile on an inclined plane with points A , B , and C , labeled with $s = ut + \frac{1}{2}at^2$.
- Bottom Right:** A diagram of a circuit with a battery, a voltmeter V , and two points A and B , labeled with $S = V \times t$ and $S = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$.
- Bottom Far Right:** A diagram of a wheel and axle system, labeled with $T = \frac{E}{D+r}$.
- Other elements:** A Bohr-style atomic model, a diagram of a particle with a cross in a circle and arrows pointing outwards, a diagram of a ring with positive and negative charges, and a diagram of a rectangular block on a surface.

Reminder...

- Διαλέξεις
 - Προαιρετική παρουσία!
- Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε
- Δεν υπάρχουν απουσίες
- Υπάρχει σεβασμός στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία
- COVID attention: προσέρχεστε με τα απαραίτητα δικαιολογητικά
- Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά



Εικόνα: Μητέρα και κόρη απολαμβάνουν την επίδραση της ηλεκτρικής φόρτισης των σωμάτων τους. Κάθε μια ξεχωριστή τρίχα των μαλλιών τους φορτίζεται και προκύπτει μια απωθητική δύναμη μεταξύ των τριχών, με αποτέλεσμα να «σηκώνονται οι τρίχες τους». ☺ (Courtesy of Resonance Research Corporation)

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρικά Πεδία



Εικόνα: Μητέρα και κόρη απολαμβάνουν την επίδραση της ηλεκτρικής φόρτισης των σωμάτων τους. Κάθε μια ξεχωριστή τρίχα των μαλλιών τους φορτίζεται και προκύπτει μια απωθητική δύναμη μεταξύ των τριχών, με αποτέλεσμα να «σηκώνονται οι τρίχες τους». ☺ (Courtesy of Resonance Research Corporation)

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρικά Πεδία

Ηλεκτρικά Πεδία (επανάληψη...)

- Ο νόμος του Coulomb

- Η ηλεκτρική δύναμη ανάμεσα σε δυο ακίνητα φορτισμένα σωματίδια q_1, q_2 (μηδενικού μεγέθους) που απέχουν απόσταση r μεταξύ τους δίνεται από τη σχέση

$$F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

όπου k_e είναι η σταθερά του Coulomb

- Σταθερά k_e

$$k_e = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

- Επίσης, γράφεται ως $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

- όπου ϵ_0 η **διηλεκτρική σταθερά του κενού**

- Το μικρότερο ελεύθερο φορτίο που έχει βρεθεί στη φύση είναι

$$e = 1.602 \times 10^{-19} C$$

Ηλεκτρικά Πεδία (επανάληψη...)

- **Ηλεκτρικό πεδίο**

- Ηλεκτρικό Πεδίο \vec{E} σε ένα σημείο του χώρου: η ηλεκτρική δύναμη που ασκείται σε ένα σωματίδιο q_0 , δια το φορτίο αυτό

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0}$$

- Ένα ηλεκτρικό πεδίο υπάρχει σε ένα σημείο του χώρου αν ένα φορτισμένο σωματίδιο (με μικρό q_0) υφίσταται μια ηλεκτρική δύναμη

$$\vec{F}_e = q_0 \vec{E}$$

- Το ηλεκτρικό πεδίο \vec{E} σε ένα σημείο P λόγω της παρουσίας **πηγής φορτίου** q δίνεται ως

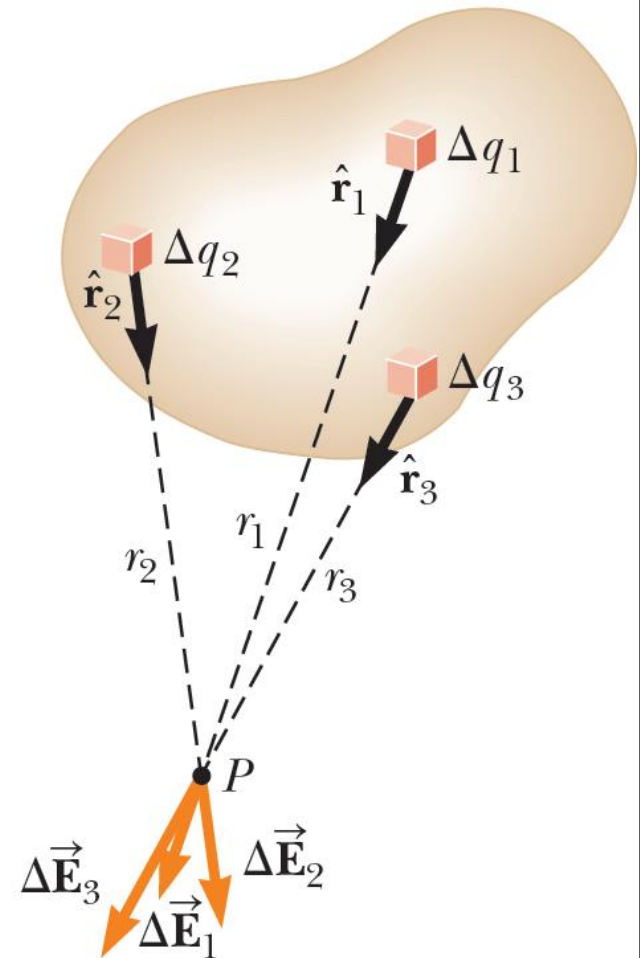
$$\vec{E}_P = k_e \frac{q}{r^2} \vec{r}$$

- Μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο P

$$E_P = k_e \frac{|q|}{r^2}$$

Ηλεκτρικά Πεδία

- Η εξίσωση του ηλεκτρικού πεδίου είναι χρήσιμη για μικρά φορτία
- Πολλές φορές έχουμε μια **κατανομή φορτίου** αντί για σημειακά φορτία
- Σε αυτές τις περιπτώσεις, η περιγραφή του ηλεκτρικού φορτίου είναι συνεχώς και ομοιόμορφα κατανεμημένη σε μια ράβδο, επιφάνεια, ή όγκο



Ηλεκτρικά Πεδία

- Προσεγγιστικά

$$\vec{E} \approx k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \vec{r}_i$$

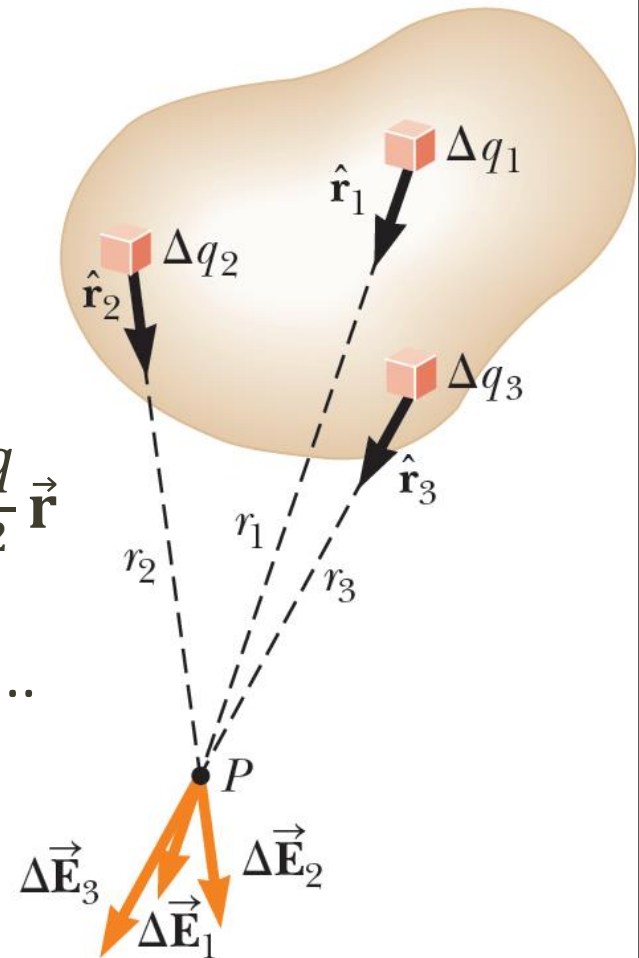
- Μπορούμε όμως να γράψουμε

$$\vec{E} = k_e \lim_{\Delta q_i \rightarrow 0} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \vec{r}_i = k_e \int \frac{dq}{r^2} \vec{r}$$

- Το ολοκλήρωμα είναι διανυσματικό...

- και μπορεί να περιλαμβάνει

- μια γραμμή
- μια επιφάνεια
- ή έναν όγκο



Ηλεκτρικά Πεδία

- Προς βοήθειά μας, θα ορίσουμε
 - Γραμμική πυκνότητα φορτίου

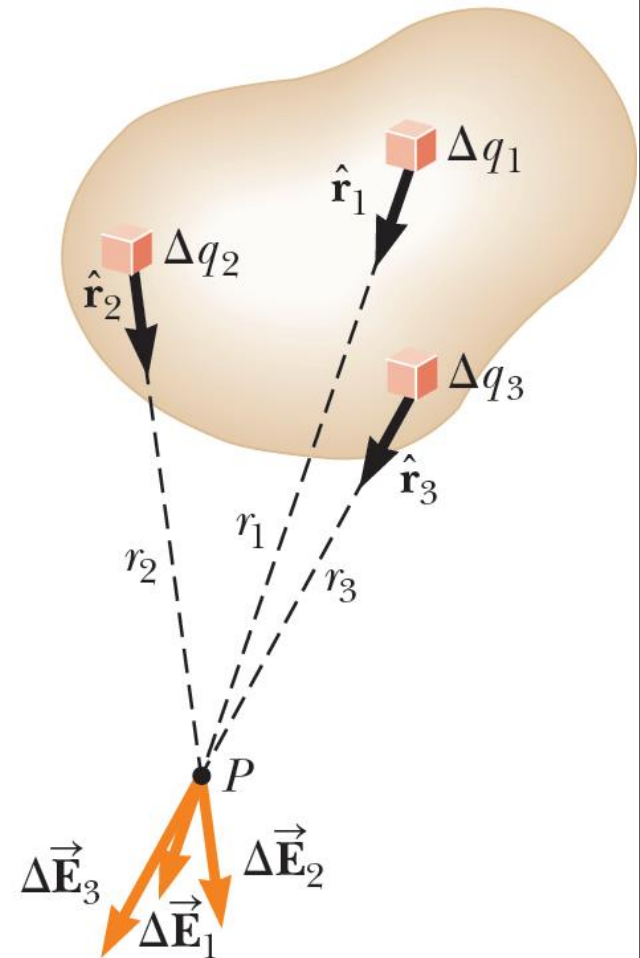
$$\lambda = \frac{Q}{l}$$

- Επιφανειακή πυκνότητα φορτίου

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

- Χωρική πυκνότητα φορτίου

$$\rho = \frac{Q}{V}$$

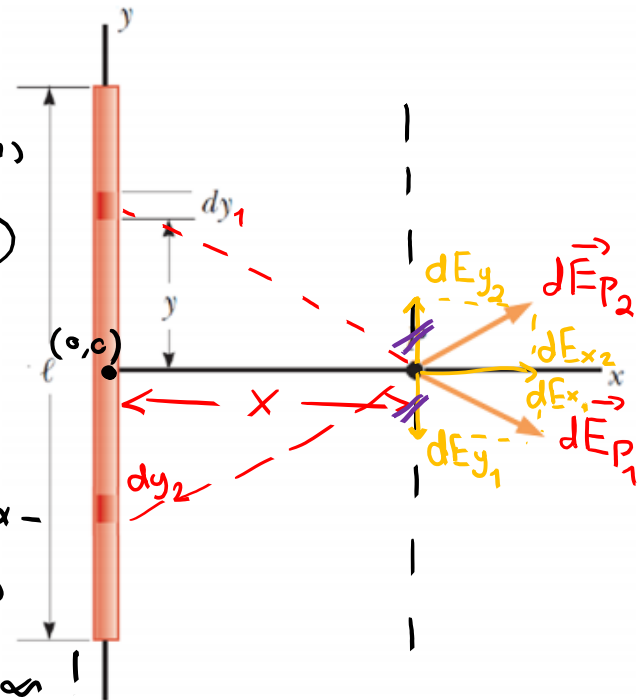


Ηλεκτρικά Πεδία

● Παράδειγμα 1:

- Μια ράβδος μήκους l έχει ομοιόμορφη κατανομή θετικού φορτίου ανά μονάδα μήκους λ και συνολικό φορτίο $Q > 0$. Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P που βρίσκεται σε απόσταση x από το μέσον της ράβδου, όπως στο σχήμα.

Τμηματοποιούμε τη ράβδο σε φορτία dq μήκους dy . Λόγω της ομοιόμορφης φόρτισης της ράβδου, ισχύει $\lambda = \frac{Q}{l} = \frac{dq}{dy}$ (1)
Λόγω συμμετρίας και θέσης της ράβδου, παρατηρούμε ότι οι y -συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο P για οποιαδήποτε δύο σημειακά φορτία dq_1, dq_2 που ισοπέχουν από το $(0,0)$ αλληλοακυρώνονται!



$$\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{x^2 + a^2}}$$

Ηλεκτρικά Πεδία

● Παράδειγμα 1 – Λύση:

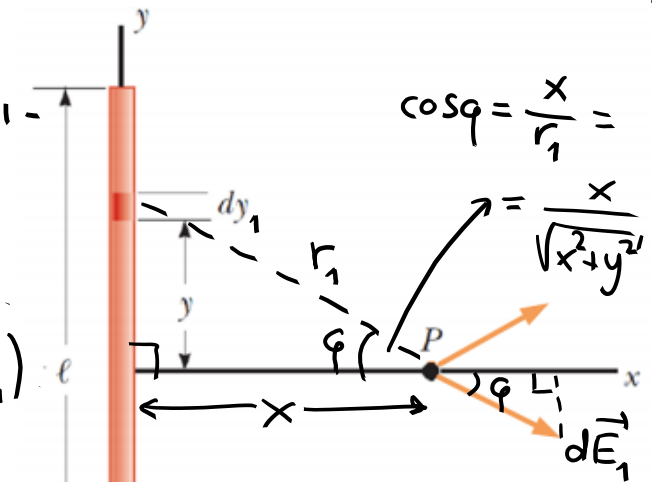
- Μια ράβδος μήκους l έχει ομοιόμορφη κατανομή θετικού φορτίου ανά μονάδα μήκους λ και συνολικό φορτίο $Q > 0$. Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.

Άρα στο σημείο P θα έχουμε μόνο x-συνιστώσα των ηλεκτρ. πεδίων. $\vec{E}_P = E_{Px} \vec{e}_x$
 Υπολογίζω τη συνεισφορά στο ηλεκτρ. πεδίο στο σημείο P λόγω του dy_1 (dq_1).

$$dE_P = k_e \frac{|dq_1|}{r_1^2} = k_e \frac{|dq_1|}{x^2 + y^2} = k_e \frac{dq}{x^2 + y^2}$$

Η x-συνιστώσα του $d\vec{E}_P$ θα είναι:

$$dE_{Px} = dE_P \cdot \cos\varphi = k_e \frac{dq}{x^2 + y^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = k_e \frac{x dq}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$



$$\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$\cos\varphi = \frac{x}{r_1} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

← dE_{Px}

Ηλεκτρικά Πεδία

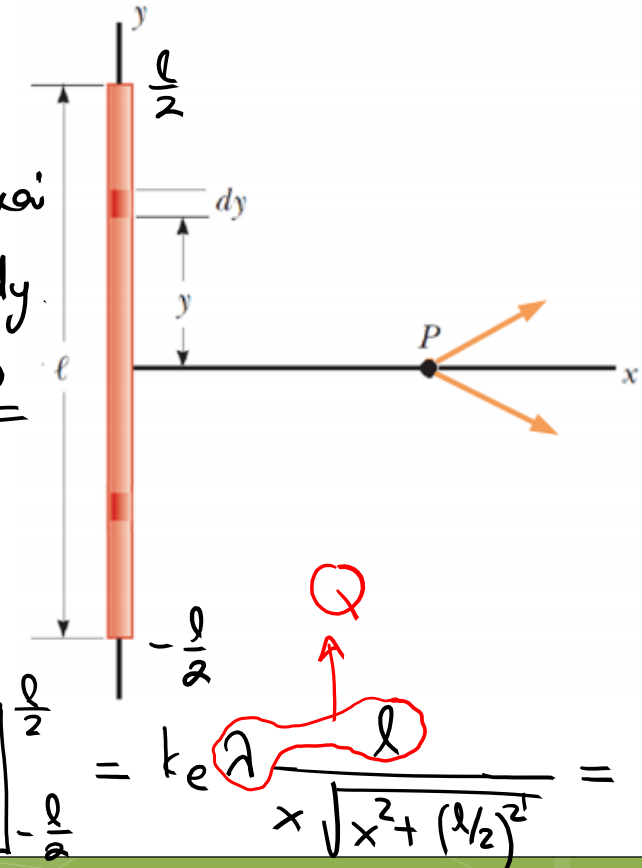
● Παράδειγμα 1 – Λύση:

- Μια ράβδος μήκους l έχει ομοιόμορφη κατανομή θετικού φορτίου ανά μονάδα μήκους λ και συνολικό φορτίο $Q > 0$. Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.

Για να βρω τη x -συνιστώσα για ένα τη ράβδο, "αθροίζω" τις συνεισφορές ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο P από κάθε κομμάτι dy .

$$\text{Άρα: } E_{P_x} = \int dE_{P_x} = \int k_e \frac{dq x}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \quad \textcircled{1}$$

$$\begin{aligned} &\textcircled{1} \quad k_e x \int \frac{\lambda dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}} = k_e x \lambda \int \frac{dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}} = \\ &= k_e x \lambda \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \quad \textcircled{2} \quad k_e x \lambda \left[\frac{y}{x^2 \sqrt{x^2 + y^2}} \right]_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} = k_e \frac{\lambda l}{x \sqrt{x^2 + (\frac{l}{2})^2}} = \end{aligned}$$



$$\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{x^2 + a^2}} \quad \textcircled{2}$$

Ηλεκτρικά Πεδία

◉ Παράδειγμα 1 – Λύση:

- ◉ Μια ράβδος μήκους l έχει ομοιόμορφη κατανομή θετικού φορτίου ανά μονάδα μήκους λ και συνολικό φορτίο $Q > 0$. Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.

$$= k_e \frac{Q}{x \sqrt{x^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}} \quad \text{Άρα τριγωνικά}$$

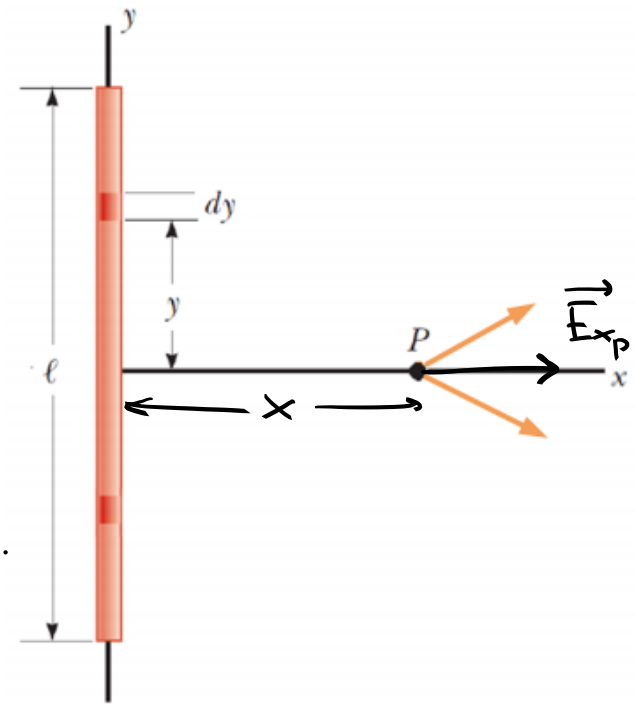
$$\vec{E}_{P_x} = k_e \frac{Q}{x \sqrt{x^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}} \vec{i}$$

- Τι γίνεται αν $x \gg l$? Τότε $x^2 + \frac{l^2}{4} \approx x^2$.

Άρα

$$E_{P_x} = k_e \frac{Q}{x \sqrt{x^2}} = k_e \frac{Q}{x^2}$$

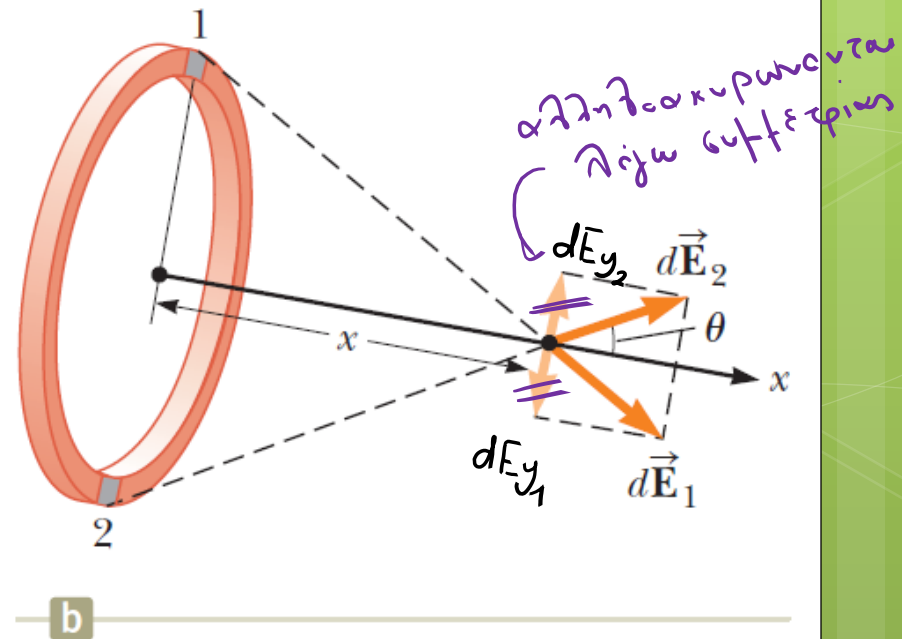
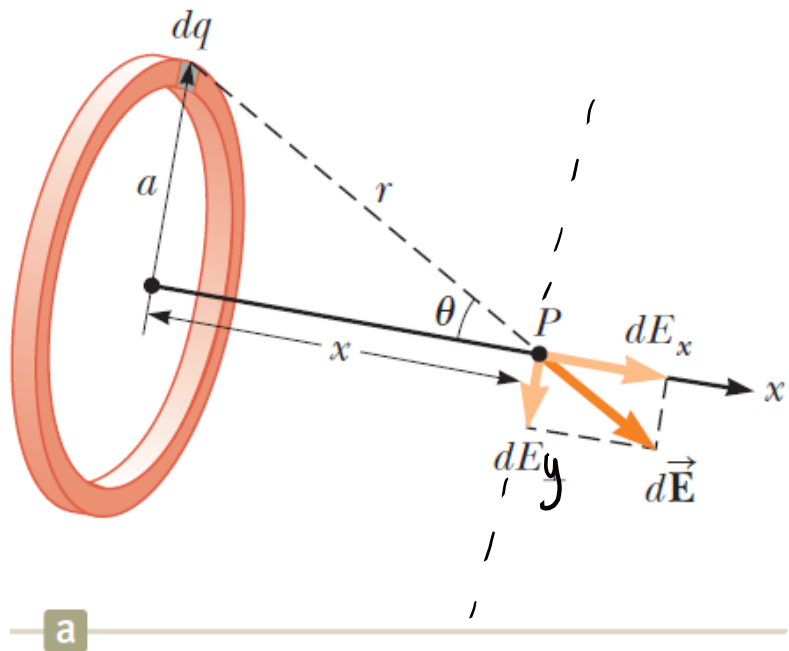
- Δείτε ότι αν $l \rightarrow +\infty$, τότε $E_P = k_e \frac{2\lambda}{x}$.



Ηλεκτρικά Πεδία

● Παράδειγμα 2:

- Ένας δακτύλιος ακτίνας a φέρει ομοιόμορφα καταμεμημένο θετικό φορτίο Q . Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P που βρίσκεται σε απόσταση x από το κέντρο του δακτυλίου και στον κάθετο άξονα στο επίπεδο του δακτυλίου.

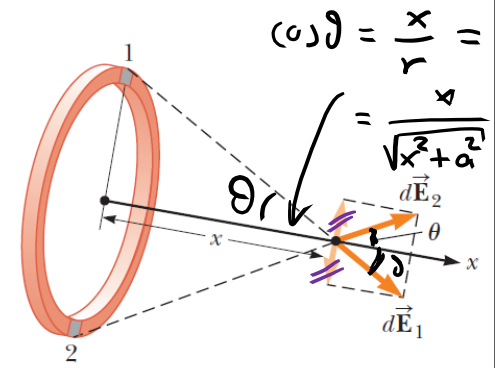
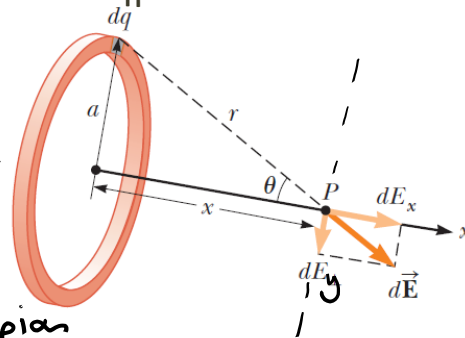


Ηλεκτρικά Πεδία

● Παράδειγμα 2 – Λύση:

- Ένας δακτύλιος ακτίνας a φέρει ομοιόμορφα κατανεμημένο θετικό φορτίο Q . Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P .

Επιλέγαμε φορτίο dq , όπως στο Σχήμα. Επιλέγαμε το αυθαίρετο, dq_2 . Αναλύεται σε συνιστώσες που λόγω της συμμετρίας



των σχήματος, οι y -συνιστώσες των ηλεκτρικών πεδίων στο σημείο P αλλη-

λέξασα δαδεδτερωνονται. Άρα το ηλεκτρ. πεδίο στο P θα έχει μόνο x -συνιστώσα: $\vec{E}_P = \vec{E}_{Px}$. Λόγω του φορτίου dq_1 , το ηλ. πεδίο στο P

θα είναι:

$$d\vec{E}_P = k_e \frac{|dq_1|}{r^2} = k_e \frac{dq}{a^2 + x^2}, \text{ η } x\text{-συνιστώσα θα δίνεται ως}$$

$$dE_{Px} = dE_P \cdot \cos\theta$$

Ηλεκτρικά Πεδία

● Παράδειγμα 2 – Λύση:

- Ένας δακτύλιος ακτίνας a φέρει ομοιόμορφα κατανεμημένο θετικό φορτίο Q . Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.

Λόγω του $\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}$

θα έχουμε:

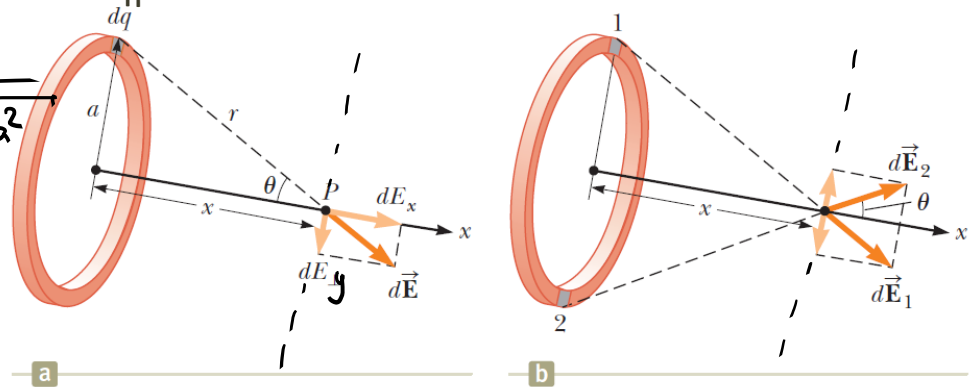
$$dE_{P_x} = k_e \frac{dq}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}} =$$

$$= k_e \frac{dq \cdot x}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

"Αθροίσω" τα συνεσθρόν ηλεκτρ. πεδία για όλα τα

σημειακά φορτία του δακτυλίου: $E_{P_x} = \int dE_{P_x} = k_e x \int \frac{dq}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} =$

$$= k_e x \frac{1}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} \underbrace{\int dq}_Q = k_e x \frac{Q}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$$



Ηλεκτρικά Πεδία

● Παράδειγμα 2 – 2^η Λύση:

- Ένας δακτύλιος ακτίνας a φέρει ομοιόμορφα κατανεμημένο θετικό φορτίο Q . Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.

$$\textcircled{1} \quad \lambda = \frac{Q}{l} = \frac{dq}{ds} = \frac{Q}{2\pi a}$$

↑
μήκος κύκλου

Όφια με πριν, καταλήγαμε στο

$$dE_{P_x} = k_e \frac{x dq}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Όπως $dq = \lambda ds$ για κάθε ανεπρεστο μικρό τμήμα δακτυλίου ds

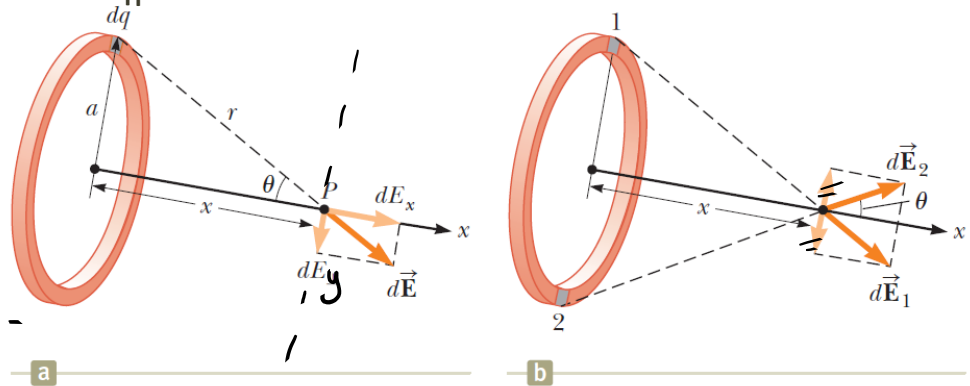
Άρα

$$dE_{P_x} = k_e \times \frac{\lambda ds}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Υπολογίζω την "αδριατική" συνεισφορά κάθε ανεπρεστο μικρού τμήμα ds στο ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P ως:

$$E_{P_x} = \int dE_{P_x} = k_e \times \lambda \frac{1}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \int ds = k_e \times \lambda \frac{2\pi a}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} = k_e \times \frac{Q}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

↪ αδριατικά όλων των ανεπρεστο μικρών τμημάτων ds

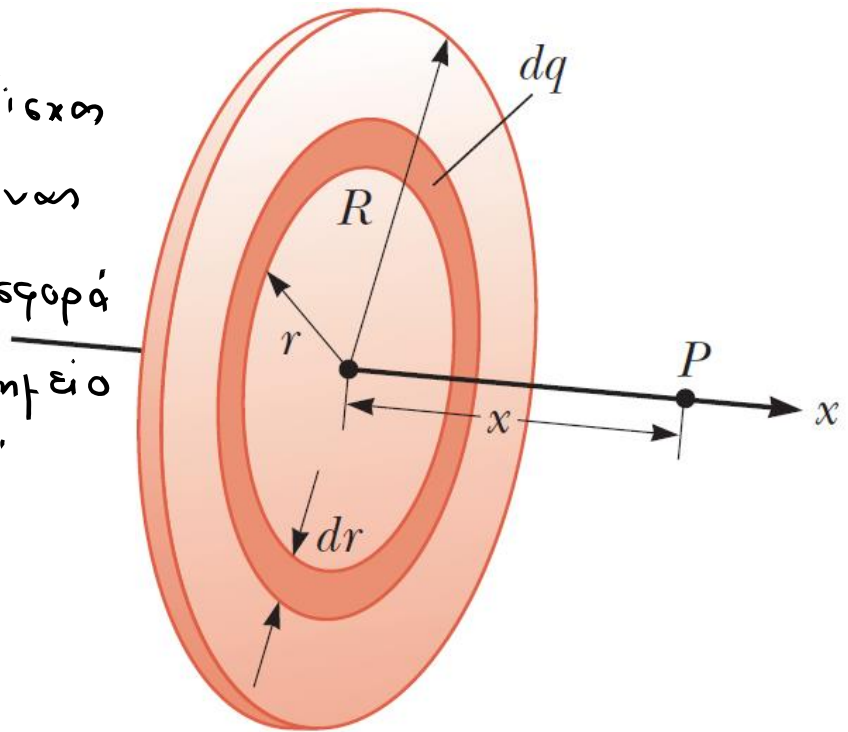


Ηλεκτρικά Πεδία

○ Παράδειγμα 3:

- Ένας δίσκος ακτίνας R έχει ομοιόμορφο επιφανειακό φορτίο πυκνότητας σ . Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P σε απόσταση x , και που βρίσκεται στον κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο του δίσκου.

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ο δίσκος αποτελείται από δακτυλίους ακτίνας dr και να υπολογίσουμε τη συνεισφορά καθενός στο ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P , και στο τέλος να "αθροίσουμε" αυτές ως συνεισφορές!



Συνεχίζεται... 😊